Математички факултет

Семинарски рад

Увод у информатику

Математички модели у машинском учењу

Тијана Дражић

Београд, 1. фебруар 2026.

Садржај

1 Увод

Машинско учење представља област рачунарства која се у великој мери ослања на **математичке моделе**. Један од основних и најчешће коришћених модела је *линеарна регресија*, која служи за апроксимацију односа између података.

2 Линеарна регресија као математички модел

2.1 Дефиниција модела

Дефиниција 1. *Линеарна регресија је модел који описује зависност променљиве y од променљиве x у облику функције*

$$y = ax + b$$

где су a и b реални параметри.

У оквиру дефиниције модела, могу се издвојити основни кораци примене:

- Формулисање математичког односа
- Одређивање параметара a и b
- Примена модела на реалне податке

2.2 Функција грешке

Квалитет модела се мери функцијом грешке. За континуалне податке, користи се **средња квадратна грешка** дефинисана интегралом:

$$E(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} (ax + b - f(x))^2 \, dx$$

У пракси, подаци су дискретни, па се интеграл замењује сумом:

$$E(a, b) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (ax_i + b - y_i)^2$$

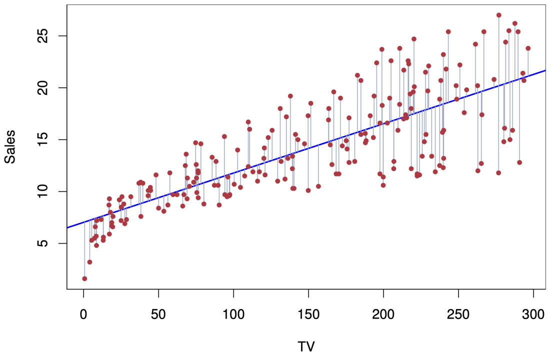
2.3 Оптимизација параметара

Теорема 1. *Функција грешке линеарне регресије има јединствен глобални минимум.*

Лема 1. *Минимум функције грешке добија се решавањем система линеарних једначина.*

Ови резултати омогућавају ефикасну примену алгоритама у машинском учењу.

3 Илустрација модела



Слика 1: Линеарна регресија над подацима

Графички приказ регресионе праве омогућава визуелну процену тачности модела.

Елемент	Улога у илустрацији
x_i	Тачке на хоризонталној оси (улазни подаци)
y_i	Тачке на вертикалној оси (излазне вредности)
a	Нагиб регресионе праве
b	Пресек са y-осом

Табела 1: Елементи који се приказују на графику линеарне регресије

4 Примена модела

Примена модела у пракси подразумева следеће кораке:

1. Прикупљање података
2. Тренирање модела
3. Процена резултата

5 Закључак

Линеарна регресија представља једноставан, али моћан математички модел који показује како се **интеграли, суме и линеарна алгебра** користе у савременом рачунарству и машинском учењу.