

# Крускалов Алгоритам

Стефан Павловић

2026

## Садржај

<b>1</b>	<b>Увод</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Крускалов алгоритам</b>	<b>2</b>
2.1	Други алгоритми минималног разапинућег стабла . . . . .	3
2.2	Џозеф Бернард Крускал млађи . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Закључак</b>	<b>3</b>

## 1 Увод

Крускалов алгоритам проналази минимално разаципуће стабло за повезан тежински граф. Уколико је граф није повезан алгоритам проналази минималну разаципућу шуму. Временска комплексност му је  $O(E \log V)$ . Алгоритам је открио Цозеф Крускал.

Примене минималног разаципућег стабла:

- Постављање каблова
- Рутирање путања у мрежама
- Мрежа испорука
- Пројектовање путева
- Кластеризација података
- Многе друге

## 2 Крускалов алгоритам

**Дефиниција 2.1** (Минимално разаципуће стабло). Нека је  $G = (V, E)$  повезан тежински граф. Разаципуће стабло  $T = (V, E_T)$  графа  $G$  се назива **минимално разаципуће стабло** ако за свако друго разаципуће стабло  $T' = (V, E_{T'})$  важи:

$$w(T) = \sum_{e \in E_T} w(e) \leq \sum_{e \in E_{T'}} w(e) = w(T')$$

**Лема 2.2** (Лема о сигурној грани). Нека је  $A$  скуп грана које припадају неком минималном разаципућем стаблу графа  $G$ . Ако грана  $e$  минималне тежине повезује две различите компоненте графа  $(V, A)$ , онда  $A \cup \{e\}$  такође припада неком минималном разаципућем стаблу.

**Теорема 2.3** (Коректност Крускаловог алгоритма). Крускалов алгоритам производи минимално разаципуће стабло за сваки повезан тежински граф.

Како алгоритам функционише:

1. Сортирају се све ивице графа у непадајућем редоследу
2. Итерирамо кроз ивице графа, уколико додавање ивице у стабло не прави циклус, додамо ивицу
3. На крају добијемо минимално разаципућу шуму уколико граф није повезан, односно минимално разаципуће стабло уколико је граф повезан

## 2.1 Други алгоритми минималног разапињућег стабла

Неки други алгоритми минималног разапињућег [стабла](#) (*шуме*) су:

Алгоритам	Временска комплексност	Година открића
Борувкин алгоритам	$O(E \log V)$	1926
Примов алгоритам	$O(E \log V)$	1957
Алгоритам обрнутог брисања	$O(E \log V (\log \log V)^3)$	1956

Једна занимљивост је да је алгоритам обрнутог брисања такође открио **Џозеф Крускал**.

## 2.2 Џозеф Бернард Крускал млађи

Џозеф Бернард Крускал млађи (1928-2010) је био Амерички математичар. Основне и мастер студије је завршио на универзитету у Чикагу док је докторирао на универзитету Принстон. Радио је у Беловој лабораторији од 1959. до 1993. године.



## 3 Закључак

Крускалов алгоритам је један од најзначајнијих алгоритама за проналажење минималног разапињућег стабла и има широк спектар примена.

Слика 1: Џозеф Бернард Крускал млађи